

~~~~~  
**技術報告**  
~~~~~

解析度與精度

On the Resolution and Accuracy

史天元¹

Tian-Yuan Shih

摘要

解析度乃指量測時所能達到之最小分辨程度，精度乃指所量測之量與真值間之差異。兩者間有相當高之相關性，但是並不等同。本文由基礎之名詞定義出發，探討解析度與精度之意涵。並針對測量工作中常見基本量測量之觀測方式，探討解析度與精度之差異，包含游標、複測角法、與重複觀測等。由探討中展示，一般之重複觀測，僅能提升精度，而並非解析度。

Abstract

Resolution is the degree to which nearly equal values of a quantity can be discriminated. Accuracy is the degree of conformity of a measure to a standard or true value. These two terms are closely related, but not identical. This paper studies the meaning of these two terms with some measuring methods used in surveying. Namely, the vernier, the repetition angle measuring method, and the repetition observation methods, are analyzed. It is illustrated that generally the repetition schemes of observation can only improve the accuracy, not the resolution.

一、前言

「解析度」與「精度」，是量測儀器規格中描述其性能之基本項目。「解析度」之英文對應名詞為Resolution，「精度」之英文對應名詞為Accuracy。史惠順(1978)稱Accuracy為「精確度」，陸國勝(1993)、李瑞清(1998)稱為「精度」，由國立編譯館(2005)可查得其他譯名包含「正確度」、「準確度」。由於目前內政部之相關規範多使

¹交通大學土木工程系教授

用「精度」，本文乃使用之。根據國立編譯館(2005)，Resolution對應之中文名稱與本議題相關者，包含「解析度」、「鑑別度」、「分解率」、「析像度」、「清晰度」、「分辨率」、「解像力」、「分辨力」、等，但是以「解析度」之使用頻率最高，故本文乃使用之。

「解析度」與「精度」雖然是相當常用之名詞，但是混淆亦時常發生，尤其對初學者而言。Titus (2003)稱「解析度」與「精度」為堂表兄弟(Cousins)，而非孿生(Twins)，為一相當生動之類比式說明。Titus (2003)提到某一知名美國賣場之網頁上描述其所販售之溫度計，其重量為8.899999 oz，此一描述之含義為該重量之解析度應達百萬分之一盎司。因為以有效數字(有效位數)之觀念，「8.899999」最後一位數為估值，而其他數字應為正確值。如果解析度僅達0.00001盎司等級，則多餘之數字為無意義且此一數值之展現違背科學描述方式。當然，「有效數字」是一個可進一步討論與釐清之議題。可是，「8.899999 oz」精度為何？用以量得此一數值之秤其最小刻劃又為何？

本文之目的在闡述「解析度」與「精度」兩名詞之涵義，首先回顧文獻中相關之敘述，由名詞之定義出發，探討「解析度」與「精度」之相互關係，及其他有關之名詞與性質。然後以長度、角度測量為例，並引述文獻，希望能就「解析度」與「精度」其間混淆之處說明、釐清。

二、名詞定義

「Resolution」為「Resolve」之名詞，其字源為拉丁字動詞「resolvere」，其意義為「untie」。Lexiteria (2007)對「Resolution」之解釋如下：

1. A dedicated promise or firm commitment or decision to do something.
2. A formal decision, rule, or law.
3. A solution or means of ending a problem oneself.
4. Reduction of a substance to its elementary constituents, as the resolution of sunlight into different colors.
5. Fineness of detail, as a high resolution video screen.
6. Coming together and clarification, as the resolution of the plot of a novel.

其中與「解析度」有關者為第四項與第五項，第五項與「Resolving Power」一字，有近乎相同之意涵。

在網際文獻中，「Resolution」定義尚有不同之敘述，MKWC(2003)定義如下：

1. The degree to which nearly equal values of a quantity can be discriminated.
2. The smallest measurable change in a quantity.
3. The least value of a measured quantity that can be distinguished.

4. A formal inference rule permitting computer programs to reason logically.
5. The ability of an optical system to render visible separate parts of an object or to distinguish between different sources of light.

綜合而言，在本文所欲討論之意涵中，「解析度」就是「量測時所能達到之最小分辨程度」。

而由Merriam-Webster (2007)，「Accuracy」定義如下：

1. 1: freedom from mistake or error : correctness
2. 2 a: conformity to truth or to a standard or model : exactness b: degree of conformity of a measure to a standard or a true value — compare precision 2a

簡單說，「精度」乃指所量測之量與真值間之差異。而標準差(Standard Deviation，或稱標準偏差)為描述「精度」之最常用指標。

「解析度」與「精度」之使用，並非僅限於測量，亦廣泛地使用與其他量測系統之規格、性能描述。在展示系統，如印表機、電腦螢幕、數位相機、「解析度」亦為重要規格之一。表1所示為氣象站儀器規格之部分描述，根據Ambient Weather (2008)之定義，「精度」為量測量與真實量之間的吻合程度，「解析度」為有效位數之最後一位，「量測範圍(Range)」為可量測之最大最小值。在表1中所列為某一氣象站儀器規格之部分描述，其中「精度」有分別以絕對精度及相對精度表示者。「解析度」之高低與其數值或量級單位相反，如以距離測量為例，量測系統「解析度」0.1m者較「解析度」1m者之「解析度」為高。「精度」亦然。若觀察「解析度」與「精度」之關係，前者顯然全數高於後者。審情度理，這是相當合理的。因為「量測量與真實量之間的吻合程度」必定受限於根據解析度所記錄之數字。

表1：Davis Vantage Pro2氣象站儀器規格之部分描述(Ambient Weather, 2008)

規格	風速 (mph)	風向 (度)	戶外 溫度 (F)	戶 內 溫度 (F)	水 溫度 (F)	戶 外 濕 度 (%)	戶 內 濕 度 (%)	氣 壓 (inch-Hg)	降 水 (in)	紫 外 線	太陽輻射 (W/m ²)
解 析 度	1	1	0.1	0.1	1	1	1	0.01	0.01	0.1	1
量 測 範 圍	2, 150	0, 360	-40, 140	-32, 140	-50, 140	0, 100	10, 90	18, 33.5	0, 99.99	0, 16	0, 1800
精 度	2 (5%)	7	1	1	1	3	5	0.03	4%	5%	5%

First Ten Ångstrom為一生產量測接觸角(Contact Angle)與界面張力(Surface Tension)量測系統之公司，在其網頁之常見問題與解答(FAQ, Frequently Asked Questions)中，對「解析度」與「精度」有一番釐清(FTA, 2008)。謹由FTA (2008)整理相關敘述如下：

解析度

解析度為分辨差異之能力，亦即區分兩物(量)間之能力。解析度越高表示能分辨之差異越小。在數位系統中，解析度為可以記錄或讀取之最小增量或者一「階(Step)」所對應之量。在類比系統裡，表示可以可靠觀測的最小的差異。由FTA生產之儀器舉例：

- 接觸角： 0.01 度。
- 界面張力： 0.01 mN /公尺。
- 幫浦控制： 1 階。

前兩者為量測量，第三個為控制量。控制量所對應之物理量可能受多種因子影響，以FTA200注射器唧筒為例，該唧筒操作完全範圍約有90,000階，如注射器容量為10毫升，則解析度為每階 $10000/90000 = 0.11$ 微升。

精度

一系統之精度為該系統之量測量或控制量與真值之差異程度。精度指標所表示者應為最差情況下之精度。例如，一個已停止運作之鐘錶，每天會有兩次時間為正確，其精度為何？以最差情況表示，為 ± 6 小時。如果略去「 \pm 」號，則應以其誤差範圍表示，亦即其精度為12小時。

除以最差情況表示之精神外，解析度亦應列入考量。其規則為：

某系統之精度不能高於其解析度。

以FTA200唧筒配合10毫升注射器為例，其解析度為0.11微升。如果由零開始，要求抽取0.11微升，其誤差可能為零。此時，由誤差為零之事實，其精度為無極限地準確。但是，這是最佳情況，而非最差情況。如果我們要求0.11微升之一半或三分之二，則其誤差可能為 $\pm 1/2$ 階，亦即0.11微升之 $\pm 1/2$ 。若以量而言，為一階，亦即0.11微升。對FTA200唧筒而言，若以容量單位表示，則其解析度與精度會隨注射器容量之降低而提升。如使用250微升注射器，其解析度為2.78奈升，但是就控制量而言仍為一階。

重複度(Repeatability)、雜訊程度(Noise Level)

重複度為對某一固定樣本重複觀測所得之量測量之變異度。由統計之意涵觀之，重複度與量測系統之雜訊程度有關連。一般而言，重複度愈高，表示量測系統之雜訊程度愈低。

在儀器設計時，量測量之解析度通常會比精度好。就接觸角量測而言，解析度可能為0.01度，但是其絕對精度為1度。此為何故？原因之一為量測儀器之精度經常受限於

「率定標準件」(calibration standards)之精度。如果使用之最高精度標準件之精度為 ± 0.5 度，則該系統可宣稱之精度不可高於此值。但是量測系統所能區分之最小差異量卻高於此一精度。而此系統所提供之高解析度觀測量，無論其絕對值是否精確，對使用者而言仍有應用價值，故而系統設計提供高解析度讀數。一般FTA儀器對同一樣本重複量測之變異度約為數個單位解析度。此一重複度即為量測量之雜訊程度。如果解析度為0.01度，則重複度可能為 ± 0.02 或0.03度。」

FTA(2008)提出幾項相當關鍵的觀念，其中較少於一般測量學文獻中提到的便是：標準件。量測系統有標準追溯之精神，待檢件精度是不可能高於標準件的。

三、五種解析度

在遙感探測之教材中，論及衛星影像時，會提及衛星影像的五種解析度：空間(Spatial)、光譜(Spectral)、輻射(Radiometric)、量化(Quantization)、時間(Temporal)。在此想提出的問題是：**每一種解析度，均有對應之精度嗎？**

在這五者之中，「空間解析度」多以單一像元(Pixel, Picture Element)所對應之地面單元大小描述，如法國SPOT-5衛星之多光譜影像(HI)空間解析度為10公尺(中央大學，2008)。福爾摩沙二號衛星全色態(黑白)影像對地空間解析度2公尺，多光譜影像8公尺(太空中心，2007)。此一「解析度」似乎並無對應之「精度」。雖然有所謂之「空間精度」，通常指影像對應到物空間時對位之精度，該精度會受到「空間解析度」之影響，但是其他影響因子甚多。目前「對位精度」可能可以達到次像元，亦及「對位精度」可高於「空間解析度」，與前所述之「解析度」與「精度」關係不一致。

「量化解析度」所指為採用8位元，或12位元作為「類比轉數值(A/D, Analogue to Digital Conversion)」過程中之對應轉換，如SPOT-5衛星影像量化解析度為8位元。QuickBird衛星影像量化解析度為11位元(Digital Globe, 2008)。就影像而言，僅為規格之訂定，亦似無對應之「精度」。雖然，此一規格之訂定，須考量系統所能獲取之資訊內涵量。

「時間解析度」為標示同一衛星之重複攝影時間間隔，如一個月、一天、等，該數值或可因時間或早或晚而有「精度」，但是並非同一意涵。因為，時間誤差所生之精度通常遠高於時間間隔。

「光譜解析度」有兩種表示方式，有使用頻帶(Band)總數，如Hyperion衛星影像有220個頻帶，或使用頻帶寬，如Hyperion衛星影像頻帶寬為10nm。此兩者相互關聯，在同一光譜區間內，須有窄帶寬之頻帶，才能有數量多之頻帶數。但是，似乎並無對應之「精度」。因此，就衛星影像的五種解析度而言，空間、量化、時間、光譜解析度似乎並無對應之精度意涵。

上述之五種解析度，其實並不限用於衛星影像之規格描述。以數位相機為例，其解析度通常乃指該相機所有之像元數目。表2為由Wikipedia (2008a)所引述之數位相機影像解析度，由該表可知影像解析度之描述以像元數為主，或以長寬向之像元數表示，或以總像元數表示。與衛星影像相比較，消費型數位相機影像解析度不適宜用地元大小，亦即單一像元對應之對地空間解析度描述。因為物距、焦距不同，物空間解析度變異甚大。而同一衛星之對地高幾為固定，同時對地空間解析度為應用時之重要考量因子。但是相同者，兩者均無對應之精度指標。

謹就此一疑點，分別探討如後。

表2所列幾已為目前所有之數位相機解析度規格，很明顯地，無論以長寬向之像元數，或以總像元數表示，均非連續。而各種CCD或CMOS解析度規格之制定，或與製程有關，或與價格有關，均有「主觀」決定之因素。

量化解析度與敏感度

消費型數位相機影像之量化解析度，目前幾乎均為24位元。但是，其他採用「類比轉數值(A/D)」轉換機制之量測儀器變化便相當大。例如將電壓轉換為數值時，使用8位元、12位元、14位元、16位元、20位元，均有可能。採用高量化解析度，不一定能獲取高精度，但是一定會增加取樣所需之時間，由而降低時間解析度，如在動態平台上，甚至無法符合儀器應用目的。因此，儀器設計並非一定採用高量化解析度。

量化解析度直接限制住精度之上限，但是卻與精度無緊密之關係。在此一情境，DeSantis (1998)引入「敏感度」(Sensitivity)觀念，「敏感度為一絕對量，解析度為一相對量」。「量化解析度」須與「敏感度」配合，DeSantis (1998)所使用之「敏感度」，與距離量測例中之解析度似乎相當。DeSantis (1998)說明精度指標時採用 $\pm(a + b\%)$ 之格式，亦即同時包含絕對與相對兩部分之精度。例如輸入範圍為 0 至 10V，精度為 $\pm(1 \text{ mV} + 0.1\% \text{ of input})$ 。因此，輸入值為0V時，讀數範圍為-1 mV至+1 mV。輸入值為5V時，讀數範圍為4.994 V (5V - 0.1% of 5V - 1mV) 至 5.006 V (5V + 0.1% of 5V + 1mV)。輸入值為10V時，讀數範圍為9.989V (10V - 0.1% of 10V-1mV) 至 10.011(10V + 0.1% of 10V + 1mV)。此一情況與電子測距經緯儀(EDM, Electromagnetic Distance Measurement)之習用精度指標格式相類似。

DeSantis (1998)中所稱之「解析度」即為衛星遙感影像中之「量化解析度」。以圖1為例，物理量之值域為 $\pm 10\text{V}$ ，解析度為16位元，亦即將20V之範圍分成65536階，但是雜訊達16階，等同四個位元之雜訊。

表 2：數位相機影像解析度(Wikipedia, 2008a)

寬	高	像元數	相機機型例
640	480	307,200	Apple QuickTake 100 (1994)
832	608	505,856	Canon Powershot 600 (1996)
1024	768	786,432	Olympus D-300L (1996)
1280	960	1,228,800	Fujifilm DS-300 (1997)
1280	1024	1,310,720	Fujifilm MX-1700 (1999)
1600	1200	1,920,000	Nikon Coolpix 950
2012	1324	2,663,888	Nikon D1
2048	1536	3,145,728	Canon PowerShot A75
2272	1704	3,871,488	Canon Ixus 400
2464	1648	4,060,672	Canon 1D
2560	1920	4,915,200	Olympus E-1
3008	2000	6,016,000	Nikon D40 D50 D70 D70s
3072	2048	6,291,456	Canon 300D Canon 10D
3072	2304	7,077,888	Olympus FE-210
3456	2304	7,962,624	Canon 350D
3264	2448	7,990,272	Olympus E-500 Olympus SP-350
3504	2336	8,185,344	Canon 30D Canon 1D II Canon 1D II N
3520	2344	8,250,880	Canon 20D
3648	2736	9,980,928	Olympus E-410 Olympus E-510 Panasonic FZ50
3872	2592	10,036,224	Nikon D200 Nikon D80 Sony Alpha A100
3888	2592	10,077,696	Canon 400D Canon 40D
4064	2704	10,989,056	Canon 1Ds
4256	2832	12,052,992	Nikon D3
4288	2848	12,212,224	Nikon D2Xs/D2X Nikon D300
4368	2912	12,719,616	Canon 5D
4608	3072	14,155,776	Sigma SD14
4992	3328	16,613,376	Canon 1Ds II
5616	3744	21,026,304	Canon 1Ds III
7212	5142	39,031,344	Hasselblad H3D-39

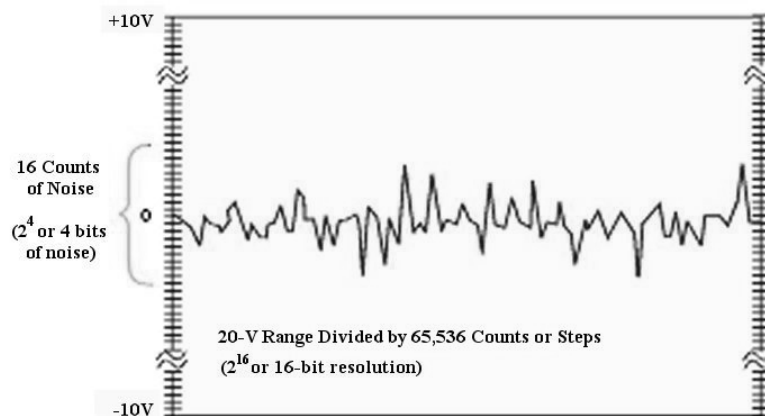


圖1：雜訊與解析度(DeSantis, 1998)

DeSantis (1998)解釋「敏感度」為描述量測值所能分辨之最小絕對量，通常以毫伏特、微歐姆、或十分之一度為單位(Sensitivity describes the smallest absolute amount of change that can be detected by a measurement, often expressed in terms of millivolts, microhms, or tenths of a degree.)。屆此，已可清楚看出，DeSantis (1998)所稱之「解析度」為「量化解析度」，而「敏感度」為測量中通稱之「解析度」。由表 3 可見三者之間可能關係。

表 3：精度、解析度、敏感度(DeSantis, 1998)

感測器訊號	最佳範圍	精度	解析度(量化解析度)	敏感度(解析度)
200 mV	±250 mV	±48 μV	18 bits	6 μV
3 V	±4 V	±412 μV	20 bits	24 μV

不同學術與應用領域中，名詞之涵義與定義亦往往有所差異。「敏感度」(Sensitivity)，又稱「靈敏度」，在統計學領域使用於檢驗時之定義為

$$\frac{\text{肯定且真個數}}{\text{肯定且真個數} + \text{否定且真個數}}$$

$$\frac{\text{肯定且真個數}}{\text{肯定且真個數} + \text{否定且真個數}}$$

肯定(Positive)與否定(Negative)為檢驗之成果，真(True)與假(False)為所檢驗之真實情況(Wikipedia, 2008b)。

空間解析度與精度

與「量化解析度」情況相似，衛星影像或消費型數位相機之「解析度」為「空間解析度」，無論是像元數或是地元大小，實際上是「空間」意涵上之「量化解析度」。如引用前節所述之「解析度」與「敏感度」觀念，此處對應之「敏感度」為「每毫米線對數(lines/mm)」或MTF(Modulation Transfer Function)所展示之解析度曲線。只是，衛星影像或消費型數位相機界並不使用「敏感度」這一名詞。衛星影像之取樣地元大小，及數位相機之像素數目選擇，須配合光學系統之「空間解析度」。如果將一地元10m之影像，重組為每像元對應地面6.25m，並不會提升其「空間解析度」。雖然以地元大小而論，「空間解析度」提升了。屆此，「空間解析度」具有兩種意涵，以地元大小或像元數目描述之「空間解析度」其實是「空間」意涵上之「量化解析度」。而具有物理意義的是以「每毫米線對數」或MTF所描述者，與影像「內容」資訊量有關。但是，相對應之精度是甚麼？似乎不是地理對位之精度，而應該是對地物所在描述之精度。也就是說，藉由多像元匹配機制所得之地理對位精度可能很高，但是某一地物特徵點之量取精度，便受此「空間解析度」之限制。而多像元匹配，例如以一100x100

像元大之正方形空標，求取其重心定位，其精度高，正如同量測紙張厚度時量一百張總體之厚度一樣，為累積觀測量之量測形態。而真正對應到空間解析度之精度，應為單一地物特徵量測時之空間位置分辨率。在空間意涵中，「解析度」與「精度」關係仍然一致。

光譜解析度

「光譜解析度」呢？討論這個問題，可能需回到量測量為何，而光譜解析度之意涵又為何。如果以頻帶數描述「光譜解析度」，很明顯地這是「光譜」意涵上之「量化解析度」。因為，頻帶數可以主觀地選取。但是，其選取之考量因素是什麼？如果各頻帶之感測光譜區間相重疊，則各個頻帶間之相關性會很高。如圖 2 所示，Landsat 之 MSS 四個波段(頻帶)之感測光譜區間有重疊。以一個單一像元在各頻帶之感測量所描述之光譜而言，其「解析度」會很差，因為在光譜上其吸收或反射之特徵會不明顯。所以頻帶數須配合頻帶寬，Hyperion 能有 220 個頻帶，是因為其頻帶寬在 10nm 左右。所以，「光譜解析度」之物理意涵，是各個光譜特徵在波長軸向上之定位。圖 3 為水(H₂O)、氫氧根(OH)、碳酸根(CO₃)在光譜上所顯示的振動波段，其定位之「精度」受到「光譜解析度」之限制。如果頻帶數不足，或各頻帶間之相關性過高，各光譜特徵之峰谷便會不明確。當然，此一定位精度尚受到其他因子影響。如此，其精度應為以波長單位之量測量，如 nm。在光譜意涵中，「解析度」與「精度」關係仍然維持。

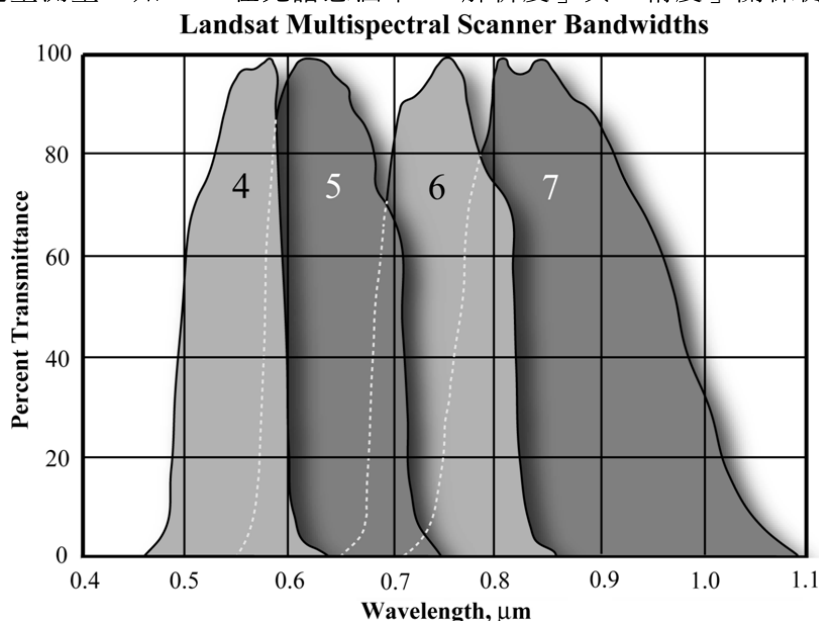


圖 2：Landsat MSS 四個頻帶之感測光譜區間(Jessen, 2007)

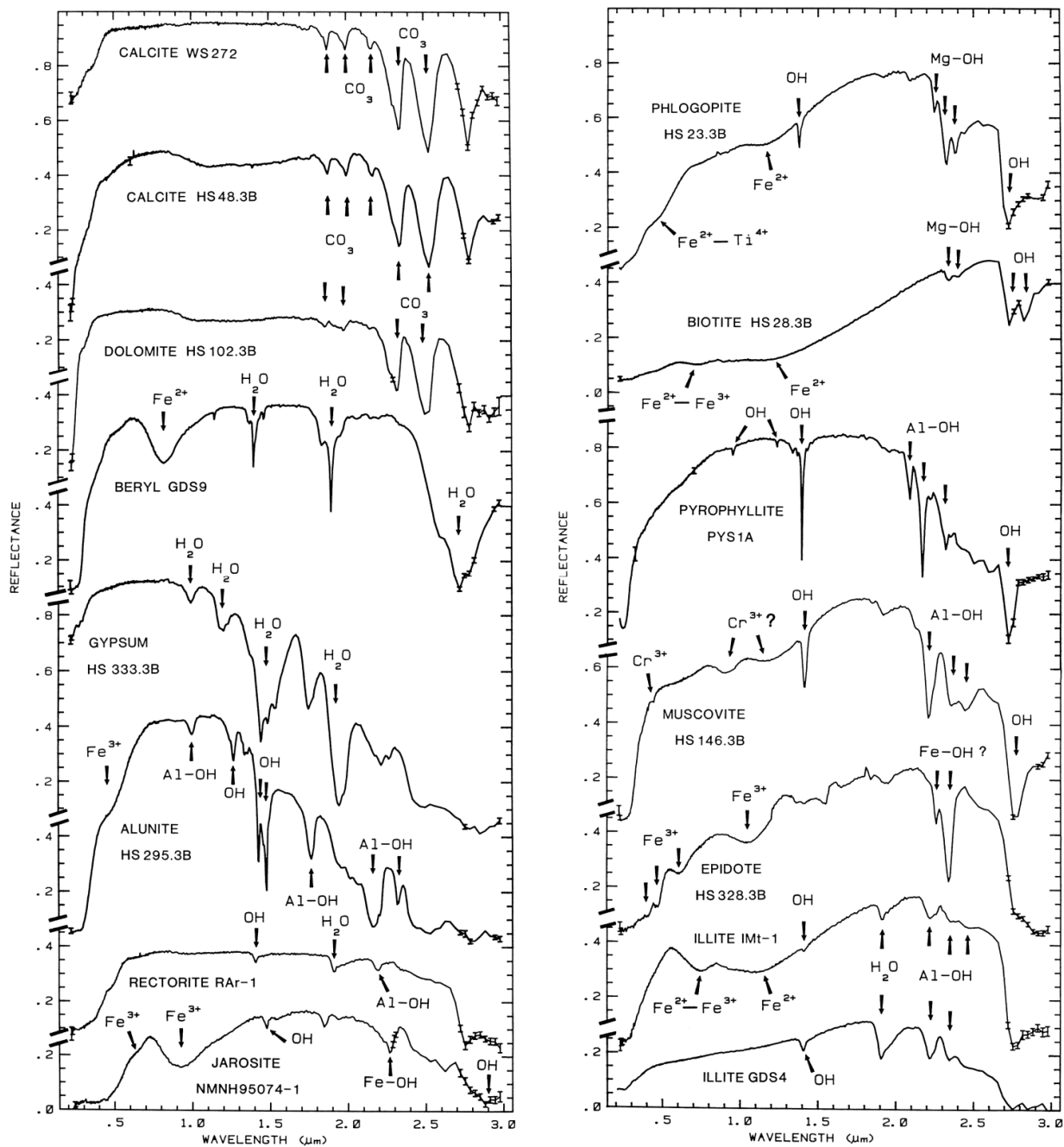


圖3：水(H₂O)、氫氧根(OH)、碳酸根(CO₃)的振動波段(Clark, 1999)

問題與討論：靜止鐘錶之精度

FTA(2008)認為「精度指標所表示者應為最差情況下之精度」，但是在實際應用時，精度指標所對應之意義可能有所不同。在測量領域，最常用以表示精度之指標為標準差。如以FTA(2008)所述靜止中之鐘錶為例，其精度可由重複觀測得到。如果假設該鐘錶時間停留於零時，每一小時觀測一次，則二十四小時之觀測量誤差為由零增至六，再由六降回零，再重複一周。其數列如下：

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 5, 4, 3, 2, 1.

此一數列之平均值為3，標準差由下列公式計算：

$$\sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{23}}$$

為1.817，平方和為292。而以時間觀測而言，觀測量之標準差為

$$\sqrt{\frac{\sum x^2}{24}}$$

其值為3.488。因此，以重複觀測之標準差而言，靜止中之鐘錶之精度為3.488小時。在這裡，先忽略觀測解析度之問題，假定所用之鐘錶讀數可達相當之解析度。1.817與3.488間差異之來源，為前者有一偏差(Bias)，亦即該數列之均值。而後者以正確時間為真值，亦即由真誤差所計算。此兩者之差異，可以明確解釋。但是，FTA(2008)所述之±6小時，與本節所計算之±3.488小時，何者為正確？

如果承續等時間間段觀測之方式，改為每0.5小時觀測一次，觀測一天，則數列之平方和為578，計算所得之標準偏差為±3.470小時。而若每三小時觀測一次，標準偏差為±3.674小時。由此觀察，FTA(2008)所述之方式，其精度標示為一致(Consistent)，而由觀測方式所得，其值隨觀測量之取得方式而改變。對一系統之精度標示而言，先不論其原理，就實務面FTA(2008)所述之最差情況表示方式應較為適當。

四、問題與討論：長度量測

設有一張桌子，如以一最小讀數為公分(cm)之尺量度其一邊之邊長，量測十次得觀測量如下：

1.031, 1.033, 1.035, 1.029, 1.030, 1.033, 1.032, 1.033, 1.035, 1.037

若以等權平均處理，得最或似值1.0328，其觀測量標準差為0.00244。若將公厘讀數四捨五入，得最或似值1.033，其觀測量標準差為0.00048。若再進一步捨位，得最或似值1.00，其觀測量標準差為0.00。

「精度」(Accuracy)與「精密度」(Precision)是兩個相關之名詞，以測量學領域而言，「精度」是與真值相比較，「精密度」是一群觀測量之間相比較(Wolf & Ghilani, 2006)。因此，本例前所敘述者，顯然均為「精密度」而非「精度」，因為是觀測量之間比較所衍繹者，而非與真值之比較。如此所得之「觀測量標準差」又歸類為「後驗」，因為是由觀測量推求所得。如果以此「後驗觀測量標準差」0.00244為根據，則最或似值1.0328之「後驗最或似值標準差」為

$$\sigma_{\hat{x}} = \frac{\sigma_L}{\sqrt{n}} = \frac{0.00244}{\sqrt{10}}$$

此值表示該最或似值之不確定性，亦即俗稱之「精度」。

問題一：若以解析度為一公尺之尺量測，是不是比用解析度為一公厘之尺量測，要精確？

當然，此一問題中有許多不清楚之變數，因為，最小讀數與解析度不盡相同。以測量之慣例而言，操作者讀數須估讀一位數，而刻劃應與解析度及精度配合。但是，作者認識到此一問題是在「測量學」學生進行水準測量練習時，實際上估讀至公厘者之觀測「精度」，低於估讀至0.5公厘者。測量目的在求「高精度」，如此，是否應估讀至0.5公厘、公寸、甚至公尺？

省思「解析度」與「精度」，估讀至0.5公厘者，其精度確實高於估讀至公厘者，但是前者之「解析度」為0.5公厘，後者為0.1公厘。其實，如果由有效數字觀念解釋，亦可達相同結論。以本例而言，標準差為0.00m，代表可能為0.000~0.004m，而有數mm之標準差，並非一定是無誤差之零。

問題二：若估讀至一公厘，但是重複觀測二十次，其標準偏差降低，其精度提高，但是其解析度是否亦提高呢？

依照最或似值標準差計算公式，標準差與觀測次數平方根成反比。以十進位量測讀數系統如本例而言，重複量測100次後，其標準差降10倍，亦即如單一觀測量之精度與解析度相符合，為0.001m等級，則重複量測100次後其標準差降一位數為0.0001m等級。因此，重複觀測的確提升精度，但是並不能提升解析度。依照有效位數之觀念，此一現象應十分明確。但是，「解析度必定高於精度」，這又如何解釋？

單就一次量測而言，以一般儀器之設計，解析度必定高於精度，這點較容易接受。多次量測之最或是值，因為藉由降低雜訊之影響，降低了所估算之最或似值之標準差，所以可能產生「精度高於解析度」之現象。但是，這是一種錯覺，本文後續將以實例探討，請參考「重複觀測」部分。

重複觀測不會提升「觀測量精度」，但是會提升「最或似值精度」。但是，這是建立在

「精度」與「精密度」相同之假設上。因為此一「最或似值精度」為由「觀測量精密度」而得。「標準差」是一個數值指標，可以用為表現「精度」，亦可表現「精密度」。此例中，或可說由於「經重複觀測提升最或似值之精密度，使之高於解析度」。

問題三：可是，若以量測紙張厚度為例，量測一百張紙厚度，比量測一張紙厚度之解析度與精度均提高，又是何道理？

乍看之下，量測一百張紙厚度除以一百所得一張紙厚度，與量測一張紙厚度所得一張紙厚度，是相同的。但是，實際上是不同。前者所得為一百張紙厚度之平均單張厚度，並不是單張紙厚度。實際上，每一張紙之厚度均不一定相同。其次，量測一百張紙厚度求單張紙厚度並非重複觀測，而是「累積觀測」。觀測之「量」，業已不同。

游標

游標(Vernier)是一種可以提升觀測系統「解析度」之設計。無論長度或角度之量測，均可應用此一設計。游標有許多種不同之設計，但是其基本原理均一致，謹引述黃福坤(2000)說明如下。游標尺包含主尺與副尺，副尺即為游標尺。歸零時，如圖四。副尺10格對應於主尺19格(19mm)，因此，副尺每十格與主尺相差1.0 mm亦即每一格與主尺相差0.1 mm。

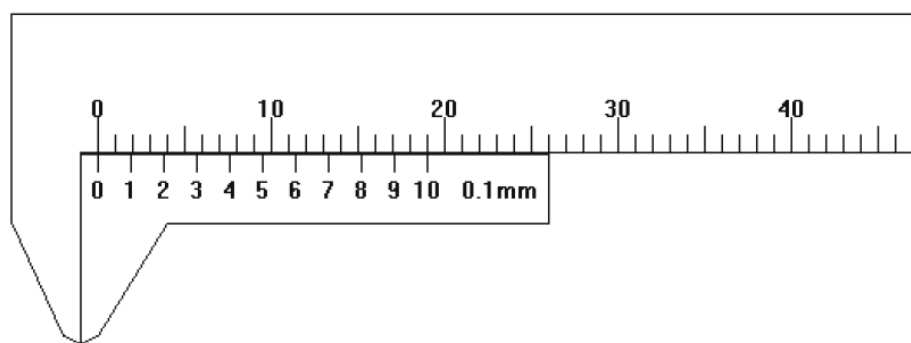


圖4：游標尺歸零例(黃福坤，2000)

圖五之讀數，

1. 先讀主尺的刻度值，精密度為1 mm，副尺位於13與14之間，所以主尺刻度為 13 mm；
2. 再看副尺與主尺重疊的刻度，精密度為 0.1 mm；副尺4與主尺重疊，所以副尺刻度為 0.4 mm；
3. 將主尺與副尺數值相加圖五刻度代表 13.4 mm。

由此可知，游標尺具有提升解析度之功能。但是，游標尺是不是重複觀測呢？

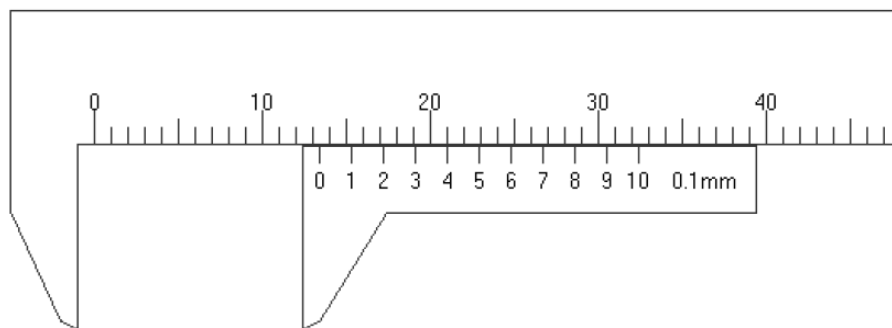


圖5：游標尺13.4mm例(黃福坤，2000)

複測角法

張芝生等(2003)定義複測法 (Repetition method, reiteration method)如下：

「使用複測經緯儀對一水平角重複觀測多次，而以其平均值為角度值。此種測法每次僅能測定一角度，多用於度盤裝置較粗略之儀器，以提高測角精度。」

此一敘述過於簡略，因為角度之複測法，或稱複測角法，並非僅僅「重複觀測多次，而以其平均值為角度值」。此一敘述對應者為使用單角法觀測同一角度多次，然後進行平均之作為。複測角法最重要者之觀念與作為是累積角度之觀測量，史惠順(1978)敘述兩種水平角之複測法，其一為N倍角法，第二種為2N倍角法。兩者相較，2N倍角法為N倍角法之改良方法，其效果較佳。因此，謹綜和史惠順(1978)相關說明，引述2N倍角法作業方法如下。

複測N測回得2N倍角：正鏡與倒靜均以鬆下盤瞄準後視，以鬆上盤瞄準前視，以N=3為例，正鏡複測三次後倒鏡，再複測三次，此時所得讀數為累積六個角度觀測量所得者，故

$$\text{角度} = \frac{(\text{累積六次之度盤讀數} - \text{第一次正鏡照準後視時之度盤讀數})}{6}$$

參考正鏡一倍角之讀數，可以確定六倍角超出360度時之情況。

比對前述量100張紙以求取單張紙厚度之方法，複測法有相似之處。但是，與量紙不同者，複測法所量為同一角度，亦即其所累積者為同一觀測量，而非如量紙中所累積者為不同紙張之厚度。

張芝生等(2003)與史惠順(1978)均對複測法之功能有「使提高測角精度」之文字。而由此所衍生之疑問為，所述之「測角精度」是如何提升？又有無提升「解析度」？其實，史惠順(1978)對此有明確之說明，「複測法之優點，除可測得較游標最小讀數為小之角度值外，尚可消除視準軸與橫軸誤差及減小刻度不均勻之誤差，並因兼讀A、B

二游標亦可消除上盤偏心誤差。」因此，複測角法具有提升「解析度」之功能，而亦有提升「測角精度」之效果。當然，複測角法所可以提升之「測角精度」有其限度，因為尚有無法以複測角法消除之儀器誤差。

水平角測量之誤差有定心、定平、照準、讀數，四項因子，複測角法除上述之提升精度原因外，亦藉由多次照準達到提升精度之功效。同時，與多測回單角法相較，減少讀數次數，有降低讀數誤差傳播之影響。詳細影響數值分析，本文略過，有興趣之讀者可參考史天元(1996)。有關「解析度」之提升量，如同紙張厚度量測一般，2N倍角之解析度應為單一角之2N分之一。

五、重複觀測

重複觀測是測量作業中用以提升「精度」之典型方法。參考FTA(2008)之敘述，重複觀測是藉由降低觀測量之雜訊影響而達到提升精度之目的。但是當雜訊中有非線性之影響因子，藉由重複觀測所得之平均值並無法提升精度。Pint (2005)以系統精度為篇名，探討「解析度」、「精確度」與「精度」之差異，該文敘述引入不確定性(Uncertainty)、重複性(Repeatibility)等觀念。論述「解析度」時，Pint (2005)以8位元、10位元、12位元、16位元描述，但是有一段敘述饒有趣味：

Consider a situation where a value is sampled with a 16 bit ADC but is subsequently stored and processed as a 32 bit number (range of 4.29×10^9). Simply storing and processing as a 32 bit number does not improve the resolution but repeatedly sampling a value and averaging the result can if the number range used allows it. For example if we average 64 samples we improve the effective resolution by $\sqrt{64}$, i.e. a factor of 8, which is equivalent to sampling with 19 bits instead of 16 bits. This only works if the source signal has random noise that is greater than 1 bit (1 resolution step) in magnitude. In reality this is usually the case. Phoenix Tribology Ltd rarely claims this resolution improvement although it is real and may be present in many systems.

其意為，16位元之量測值以32位元儲存，重複64次，其平均值可以將解析度由16位元提升至19位元。原因是64次之平均值，提升解析度八倍，相當於三位元，加上原來16位元，得19位元。雖然Pint (2005)敘述其公司幾乎不會宣稱如此可提高解析度，但是卻確定是事實。到底這是甚麼含意？首先，Pint (2005)之敘述有一含混有疑義之處。其改善條件為「原始訊號之隨機雜訊需大於1位元」，是大於16位元中之1位元？還是大於32位元中之1位元？無論以16位元或32位元論，16位元或32位元雜訊是否為大於1位元？顯然是，則如訊號完全為雜訊，重複觀測可以獲得19位元解析度嗎？如果忽略前提疑點，Pint (2005)所欲描述者為「重複觀測所得之平均值可以提升解

析度」。針對此一問題，謹設計以下實驗進行探討。如果，有兩個值，107.28、107.29，若觀測解析度為0.1，而精度為0.5。以亂數產生器產生雜訊合成觀測量，方式為將雜訊加真值，捨位後形成觀測量，取多個觀測量之平均值為估值，是否可分辨此兩值？

實驗一：

值107.28: 107.2, 107.3, 107.6, 107.0, 107.3

值107.29: 107.4, 106.9, 107.3, 107.1, 107.2

其平均值分別為：107.28、107.18。

當第一個值完全重現，第二個值卻反而小於第一個值。這似乎與Pint (2005)之描述不吻合。是因為重複樣本過少？謹增加樣本重複觀測，採用Matlab計算，計算式為：

$$\begin{aligned} y_n &= \text{randn}(N,1)*0.5 \\ y_1 &= \text{round}(1072.8 + \text{round}(y_n*10))/10 \\ y_2 &= \text{round}(1072.9 + \text{round}(y_n*10))/10 \end{aligned}$$

其中randn()為正常分佈亂數產生器，N為欲產生之雜訊數目。雜訊之產生時所設定之標準差為0.5，觀測值解析度為0.1。如果採用同一組雜訊，成果如表3，兩次模擬數列雖有些許差異，但是統計值卻相同。如果以亂數產生器執行兩次，分別產生y1與y2，

$$\begin{aligned} y_{n1} &= \text{randn}(N,1)*0.5 \\ y_1 &= \text{round}(1072.8 + \text{round}(y_{n1}*10))/10 \\ y_{n2} &= \text{randn}(N,1)*0.5 \\ y_2 &= \text{round}(1072.9 + \text{round}(y_{n2}*10))/10 \end{aligned}$$

成果如表4。無論是表3或表4，似乎本實驗並無法符合Pint (2005)之預期。亦即，「重複觀測所得之平均值不能提升解析度」。

表3：重複觀測試驗成果(相同雜訊)

重複次數N	值一平均值	值一標準差	值二平均值	值二標準差
10	107.420	0.4417	107.420	0.4417
100	107.268	0.4451	107.268	0.4451

表4：重複觀測試驗成果(不同雜訊)

重複次數N	值一平均值	值一標準差	值二平均值	值二標準差
100	107.2450	0.4848	107.292	0.4792
1000	107.2757	0.4927	107.41	0.5430
1000	107.2776	0.4722	107.3218	0.5181
10000	107.3039	0.5015	107.3018	0.5021
1000000	107.3008	0.5008	107.2992	0.5003

隨同樣本數之增加，由殘差計算所得樣本標準差與產生時設定之樣本標準差間之誤差值降低。但是由兩觀測系列之最或似值(平均值)，並無從區別107.28、107.29兩值。

而如果以最或似值之標準差而言，觀測一百萬次時，最或似值之標準差減小一千倍。如果以最或似值之標準差表現「精度」，此一指標已無實際意義。也就是說，重複觀測可以降低雜訊影響，從而提升最或似值之「精度」，但是「最或似值之精度」無法超越「解析度」。

實驗二：

實驗一證實「最或似值之精度」無法超越「解析度」，但是，重複觀測是否可以降低雜訊影響？謹再以Matlab計算，計算式為：

```
yn1=randn(N,1)*0.5
y1=round(10728+round(yn1*100))/100
yn2=randn(N,1)*0.5
y2=round(10729+round(yn2*100))/100
```

本例中雜訊之產生時所設定之標準差為0.5，觀測值解析度為0.01。亦即，雜訊之影響達到觀測值之個位數。當N=10，所產生之一組數據如表5所示。雖然，亂數產生之隨機特性會使每次所產生之雜訊序列均會有所不同，由表5所示之數列，可看到部分觀測量之個位數已有變化。隨同樣本數之增加，表6顯示由殘差計算所得樣本標準差與產生時設定之樣本標準差間之誤差值亦如實驗一相同地降低。但是由兩觀測系列之最或似值(平均值)，可以區別107.28、107.29兩值。也就是說，重複觀測可以降低雜訊影響。

表 5：雜訊為解析度 50 倍重複觀測十次試驗成果

項次	y1	y2	y1	y2
1	107.08	107.44	106.48	106.78
2	107.62	106.62	107.41	107.60
3	107.69	107.65	106.75	107.54
4	107.64	108.10	107.99	108.14
5	107.93	106.94	106.88	107.59
6	107.61	107.72	107.54	106.97
7	107.88	107.92	107.39	107.48
8	106.68	106.49	106.82	106.79
9	107.27	106.57	106.19	107.28
10	107.20	107.58	107.25	107.27
均值	107.46	107.303	107.07	107.344
標準差	0.3926	0.5965	0.5417	0.4205

表 6：雜訊為解析度 50 倍重複觀測試驗成果

重複次數N	值一平均值	值一標準差	值二平均值	值二標準差
100	107.2334	0.4156	107.3038	0.5177
1000	107.2580	0.4942	107.2905	0.5060
1000000	107.2809	0.5001	107.2892	0.4994

六、結語

「解析度」與「精度」，是測量學中常見之名詞，兩者有關但不相同。重複觀測可以藉由降低觀測量之雜訊影響而達到提升精度之效果，但是一般而言不能提升解析度，無論是單一觀測量，或是由重複觀測所得到之最佳估值。水平角測量中之複測角法可以提升解析度，但是複測角法不是單純之重複觀測，而是累積觀測量，與單角法重複觀測比對便知其差異。

重複觀測可以提升精度，而其原理為降低雜訊影響，其極致即為該量測系統之解析度，亦即「任一系統之精度不能高於其解析度」。當大量重複觀測時，其標準差降低，其意涵為「重複度」提升，達至其解析度後，「重複度」已不能妥善詮釋「精度」。測量學基本名詞中常與「精度」(Accuracy)並提的「精密度」(Precision)與「重複度」之意涵相近。就名詞而言，「精度」(Accuracy)與「精密度」(Precision)有相當顯著之差異，以測量學領域而言，「精度」是與真值相比較，「精密度」是一群觀測量之間相比較(Wolf & Ghilani, 2006)。此外，「解析度」(Resolution)與「敏感度」(Sensitivity)，有者部分近似之意涵。但是由於「敏感度」(Sensitivity)有著其他更通用之定義，仍然建議使用「解析度」(Resolution)。而受人為主觀決定影響所產生之「量化解析度」(Quantization Resolution)，本人建議與一般「解析度」區隔，作為「解析度」中之一子群。除A/D轉換時所使用者，如影像深度(Image Depth)，為典型之「量化解析度」外，數位相機之空間解析度，就此意涵而言，亦為一種「量化解析度」。

「解析度」與「精度」之誤解十分普遍，即便在以釐清其間差異為目的之文獻中，亦不乏有描述不周延者。其原因應為「解析度」字義之問題。「解析度」乃指量測時所能達到之最小分辨程度，「精度」乃指所量測之量與真值間之差異。同時，「精度」多以離散度如標準差描述，當系統之雜訊大於解析度數級(order)時，「量測時所能達到之最小分辨程度」亦降低。因此，重複觀測所提昇者為精度，所降低者為雜訊，而其極致為「系統解析度」。此一「系統解析度」就是「量測時所能達到之最小分辨程度」。前面所稱之「量測時所能達到之最小分辨程度」降低，乃加上雜訊影響後與真值之離散度增加，而導致之觀感，其實是「精度」。

後記

「解析度」此一名詞，有太多意涵，非仔細探討，難於釐清。本文亦以釐清「解析度」與「精度」為目的，想必力有未逮，敘述不周，深感惶恐，尚盼讀者賜教。

致謝

在作者教學經驗中，「解析度」與「精度」是測量學首堂課介紹之項目。本文之寫作動機乃得至於與成功大學測量工程系白巨川老師在民國96年底之一次討論。寫作中承蒙白老師之鼓勵與賜教，謹此致謝。本文亦承蒙香港理工大學陳永奇教授指正，陳教授之建議宏觀、周延、嚴謹、且富於教學考量，有關增加「精密度」(Precision)之討論，與描述「敏感度」(Sensitivity)在測繪及其他領域之多重意義等，本文業已參照修改。但是受限於所需修改幅度與時間限制，本文未能完全達成陳教授之建議，謹此向陳教授致謝同時致歉。正修科技大學莊惠群老師，在文字與編排上，指出許多原稿之錯誤與不當，亦謹此致謝。

參考文獻

- 史惠順，1978。平面測量學，國立成功大學航空測量研究所。
- 史天元，1996。經緯儀水平角角度觀測誤差討論。地籍測量，15(2):13-23。
- 中央大學，2008。SPOT，http://www.csrnr.ncu.edu.tw/chin.ver/c5query/c_spot.php，最近查閱：2008-02-17。
- 太空中心，2007。福爾摩沙二號衛星酬載儀器
<http://www.nspo.org.tw/2005c/projects/project2/instrument.htm>，最近查閱：2008-02-17。
- 李瑞清，1998。地籍測量，個人發行。
- 張芝生、張元旭、曾正雄，2003。測繪學辭典，鼎文書局。
- 陸國勝，1993。測量學，第三版，武漢測繪科技大學編著，測繪出版社。
- 黃福坤，2000。游標尺，<http://www.phy.ntnu.edu.tw/oldjava/ruler/index.html>，最近查閱：2008-02-17。
- 國立編譯館，2005。學術名詞資訊網，<http://terms.nict.gov.tw/search1.php>，最近查閱：2008-02-27。
- Ambient Weather, 2008. Weather Station Detailed Specifications Comparison Table, <http://site.ambientweatherstore.com/specs/specs.PDF>, 最近查閱：2008-02-14。
- Clark, R. N., 1999. Spectroscopy of Rocks and Minerals, and Principles of Spectroscopy, in Manual of Remote Sensing, A. Rencz, Ed. New York: John Wiley and Sons, Inc.
<http://speclab.cr.usgs.gov/PAPERS.refl-mrs/refl4.html#section1.0>, 最近查閱：2008-02-20。
- Digital Globe, 2008. Basic Imagery,
http://www.digitalglobe.com/file.php/517/DG_Products_Basic_Imagery_web.pdf, 最近查閱：2008-02-19。
- FTA, 2008. Resolution and Accuracy,
<http://www.firsttenangstroms.com/faq/Resolution.html>, 最近查閱：2008-02-14。

- Jessen, J.R., 2007. Remote Sensing of the Environment, An Earth Resource Perspective, 2nd edition, Prentice Hall Series in Geographic Information Science.
- Lexiteria, 2007. Resolution, <http://www.alphadictionary.com/goodword/word/print/resolution>, 最近查閱：2008-02-13。
- Merriam-Webster, 2007. Accuracy, <http://www.merriam-webster.com/dictionary/accuracy>, 最近查閱：2008-02-13。
- MKWC, 2007. Resolution, <http://mkwc.ifa.hawaii.edu/glossary/index.cgi?letter=r>, 最近查閱：2008-02-13。
- Pint, G., 2005. System Accuracy, <http://www.phoenix-tribology.com/cat/at2/index/system%20accuracy.pdf>, 最近查閱：2008-02-13。
- Titus, John, 2003. Resolution and Accuracy: Cousins, not Twins, <http://www.designnews.com/index.asp?layout=articlePrint&articleID=CA294163>, 最近查閱：2008-02-13。
- Wikipedia, 2008a. Digital Camera, http://en.wikipedia.org/wiki/Digital_camera, 最近查閱：2008-02-19。
- Wikipedia, 2008b. Sensitivity (tests), [http://en.wikipedia.org/wiki/Sensitivity_\(tests\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Sensitivity_(tests)), 最近查閱：2008-04-25。
- Wolf, P.R. and C.D. Ghilani, 2006. Elementary Surveying, An Introduction to Geomatics, 11th Edition, Pearson, Prentice Hall.